



Institutionen för informationsteknologi  
Lunds universitet

Projektarbete

i kursen

**Digital Kommunikation FK, 6p**

Kommunikation över elnätet

Inlämnad: 990217  
Andreas Rehn  
Anders Jalmelid

# Abstract

This project's purpose is to examine the bit error probability for a specific signalling method that is useful within power line communications. The signalling method consists of a number of frequencies that are sent in small chip intervals, which altogether define one signal alternative. We will examine the method in the case of three and five frequencies and chip intervals, and when soft and hard decisions are used in the receiver.

The calculations and plots of the bit error probability in this project are made in MATLAB. See appendix for the code. The results are presented in diagrams that show bit error probability as a function of the signal-to-noise ratio.

Our conclusion of the project is that to reduce the bit error probability soft decisions are to prefer, but in this case five frequencies instead of three don't contribute much when you consider the speed loss.

**Keywords:** Power line communications, digital communications.

1	Inledning .....	1
1.1.	Bakgrund.....	1
1.2.	Kanalen.....	1
1.3.	Standarder .....	1
2	Teori .....	2
2.1.	Maximum Likelihood .....	2
2.2.	Hårt beslut.....	2
3	Genomförande.....	2
3.1.	Hårda beslut .....	3
3.1.1.	<i>Tre frekvenser</i> .....	4
3.1.2.	<i>Fem frekvenser</i> .....	4
3.2.	Mjuka beslut .....	5
3.2.1.	<i>Tre frekvenser</i> .....	5
3.2.2.	<i>Fem frekvenser</i> .....	6
4	Resultat.....	7
4.1.	Fall 1 .....	7
4.2.	Fall 2 .....	8
4.3.	Fall 3 .....	8
5	Slutsatser .....	9
	Referenslista .....	10
	Appendix .....	11

# 1 Inledning

I detta projekt undersöker vi hur man med hjälp av en viss signaleringsmetod kan kommunicera över elnätet. Vi undersöker bitfels sannolikheten och jämför denna vid olika förutsättningar.

## 1.1 Bakgrund

Det har under de senaste åren uppstått ett behov av datakommunikation över nätverk. Detta har resulterat i en mängd olika sätt för fleranvändarkommunikation och antalet installerade nätverk ökar hela tiden. Detta har givetvis också inspirerat många att undersöka möjligheterna att använda det idag största befintliga nätverket, dvs. elnätet, för just datakommunikation. Redan under andra världskriget började några radioamatörer experimentera med kommunikation över kraftledningar, se [1], så även om idén inte är ny så har tekniken inte kunnat erbjuda några praktiska tillämpningar förrän på senare år. Tekniken har alltså kommit så långt att man idag kan göra praktiskt användbara system för kommunikation över elnätet. Ett exempel på detta är NorthernTelecom som i oktober 1997 lanserade sitt DPL-system (Digital Power Line) och erbjuder datorkommunikation och internetaccess med en hastighet på minst 1 Mbit/sek, se [2].

Även i Sverige har ett projekt i stor skala tagit form, även om dess syfte inte är snabb internetaccess. På Gotland har Gotland Energi AB (Geab) tillsammans med Vattenfall AB inlett det hittills största projektet för fjärravläsning av elmätare i Sverige. Fram till år 2000 ska alla 38 000 privat- och företagskunder få tillsatser för fjärravläsning monterade på sina elmätare. Projektet går under namnet Got Com. Elmätaren ska kommunicera mätvärdena via elnätet. Signalerna som går från kunderna på elnätet ska fångas upp vid nätstationerna och gå vidare till elverkets datorer via telenätet eller radiokommunikation. Elverkets datasystem blir som en spindel i nätet, det samlar in uppgifterna och kan skicka dem vidare för fakturering med mera. Elverket kan också skicka signaler i motsatt riktning för laststyrning eller för styrning av funktioner hos abonnenterna, se [3].

De två system som beskrivs ovan är relativt nya och det finns fortfarande en hel del problem och svårigheter med kommunikation över elnätet att utreda.

## 1.2 Kanalen

Kanalen i det här sammanhanget är de elledningar som används som kommunikationsmedium. Att använda elledningar som digitalt kommunikationsmedium är inte helt problemfritt. Denna kanal har mycket speciella egenskaper som gör att den är mycket svår att modulera.

Kanalen är mycket tidsberoende, den ändrar karaktär varje gång t.ex. en lampa tänds eller släcks. Alla elektriska enheter som är anslutna till elnätet genererar mer eller mindre brus på kanalen. Detta brus har olika karaktär beroende på källan, t.ex. så genererar TV-apparater bruskomponenter vid frekvensen 15734 kHz och dess övertoner, en dimmer genererar brus med en frekvens som beror på dess inställning och elektriska motorer ger ifrån sig brus med ett brett spektrum, liknande vitt brus. Det har gjorts en del studier på störningar på elnätet, se [1], och i ett mer omfattande projekt kan en mer avancerad modell av kanalen användas. Vi använder däremot en enklare modell där vi har dämpning, fasförskjutning och vitt gaussiskt brus på alla frekvenser.

## 1.3 Standarder

När man skall implementera ett kommunikationssystem på elnätet är det givetvis viktigt att man gör detta på ett sätt som inte förhindrar användningen av nätets ursprungliga syfte, kraftmatning. Genom att använda olämpliga frekvenser och för höga effekter kan man skada annan utrustning som är ansluten till elnätet.

För att förhindra att detta sker har ett antal båda nationella och internationella organ standardiserat användandet av elnätet. Den standard som ligger närmast till hands är den europeiska CENELEC 50065.1 som erbjuder 5 olika kanaler i frekvensbandet 3-148,5 kHz och en maxeffekt på 500 mW, se [1].

Andra standarder är FCC i Nord Amerika och IEC 870, IEC 1107 och IEC 1142, se [1].

## 2 Teori

I detta kapitel beskriver vi kort de teoretiska kunskaper som behövs för att läsa fortsättningen av rapporten.

### 2.1 Maximum Likelihood

Maximum Likelihood (ML) är en optimal metod att ta rätt beslut [4]. Vid lika sannolika signalalternativ  $P_i=1/M$ , som i vårt fall, erhålls ML-beslutet som ett minsta euklidiskt beslut. Dvs., ML mottagaren väljer det signalalternativ  $\mathbf{z}_i$  som är närmast till en vektor  $\mathbf{r}$  i signalrymden. Euklidiska avståndet beräknas enligt [5]:

$$D_{i,j}^2 = \int_0^{T_s} (z_i(t) - z_j(t))^2 dt$$

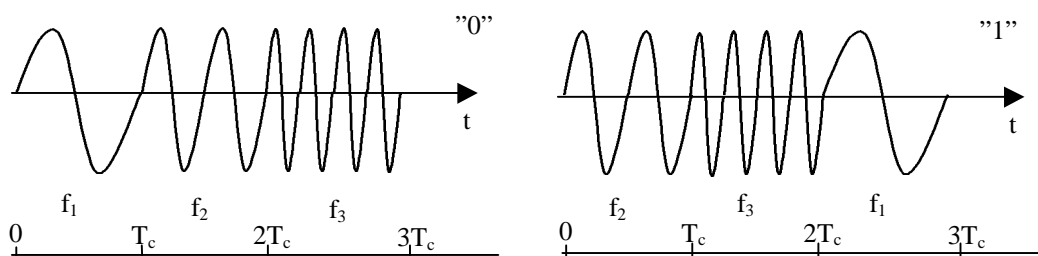
### 2.2 Hårt beslut

Om en signal  $\xi[n]$  är över en satt tröskel  $\beta$ , mellan signalalternativen, väljs alternativ  $m_1$  annars väljs  $m_2$ .

$$\mathbf{x}[n] \begin{cases} < B \\ > \end{cases} \begin{matrix} m_1 \\ m_2 \end{matrix}$$

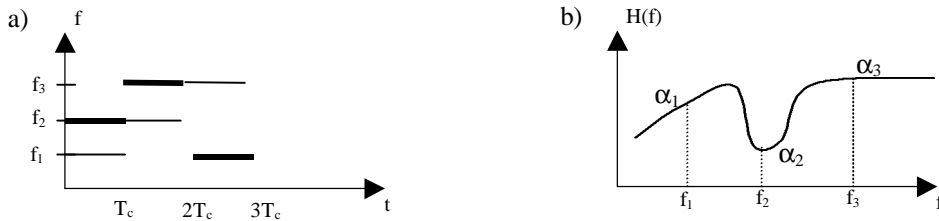
## 3 Genomförande

Vår uppgift är att undersöka felsannolikheten vid en signaleringsmetod där man delar upp signalintervallet,  $T_b$ , i ett antal delintervall,  $T_c$ , i vilka olika frekvenser sänds. Signalalternativen representeras således av en följd av frekvenser,  $(f_1, f_2, \dots, f_i)$ . I projektet behandlas följder av längden tre och fem frekvenser. Figur 3.1 beskriver ett exempel på signalering med tre frekvenser.



Figur 3.1 Figuren visar binära signalalternativ med tre frekvenser som sänds i delintervall. I exemplet är  $f_1 < f_2 < f_3$  och  $T_b = 3T_c$ .

Kanalens inverkan på signalen betecknas med  $\alpha_i$  för dämpning,  $\phi_i$  för fasförskjutning vid och  $\omega_i$  för additivt brus vid frekvens  $f_i$ . Vi modulerar alltså kanalen med olika brus och dämpning för olika frekvenser.



Figur 3.2 a) beskriver ett exempel på mottagning, tjockleken på linjerna symboliserar signalstyrkan. Här skickas först  $f_2$  sedan  $f_3$  och sist  $f_1$ , dessutom syns en del brus på andra frekvenser i intervallen. b) beskriver hur kanalen har olika inverkan på olika frekvenser, frekvensen  $f_i$  dämpas med  $\alpha_i$ .

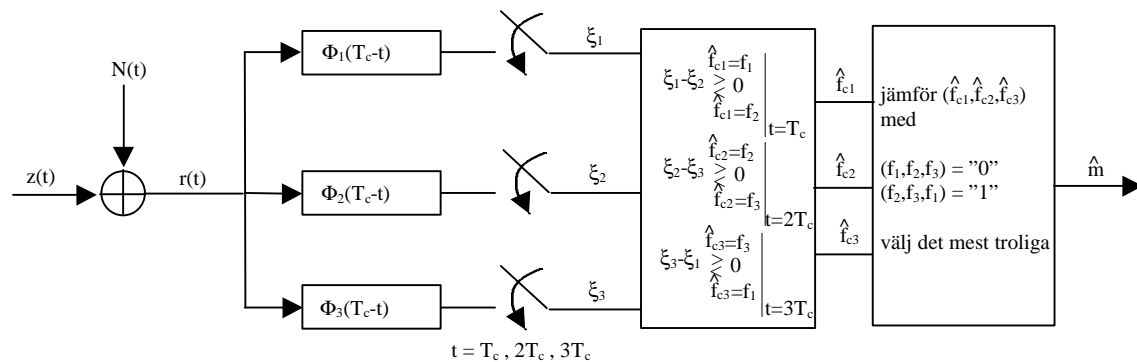
Den brusfria, mottagna signalen,  $z(t)$ , ser ut på följande vis i fallet med tre resp. fem frekvenser och givet att "1:a" sändes.

$$z(t) = \begin{cases} \alpha_2 \sin(2\pi f_2 + \phi_2) & 0 \leq t \leq T_C \\ \alpha_3 \sin(2\pi f_3 + \phi_3) & T_C \leq t \leq 2T_C \\ \alpha_4 \sin(2\pi f_4 + \phi_4) & 2T_C \leq t \leq 3T_C \\ \alpha_5 \sin(2\pi f_5 + \phi_5) & 3T_C \leq t \leq 4T_C \\ \alpha_1 \sin(2\pi f_1 + \phi_1) & 4T_C \leq t \leq 5T_C \end{cases} \quad z(t) = \begin{cases} \alpha_2 \sin(2\pi f_2 + \phi_2) & 0 \leq t \leq T_C \\ \alpha_3 \sin(2\pi f_3 + \phi_3) & T_C \leq t \leq 2T_C \\ \alpha_1 \sin(2\pi f_1 + \phi_1) & 2T_C \leq t \leq 3T_C \end{cases}$$

Vid beräkningarna av felsannolikheten antar vi coherent detektering, dvs. vi förutsätter att mottagaren känner kanalens inverkan på signalerna. Vi förutsätter även att bruset på kanalen är vitt Gaussiskt brus.

### 3.1 Hårda beslut

Vi hård avkodning görs ett hårt beslut i varje chipintervall, där beslutet gäller vilken av två frekvenser som sändes i det aktuella intervallet. Efter alla chipintervall väljs den mest troliga sekvensen av frekvenser som sänts baserat på de innan tagna besluten. Detta åskådliggörs i figur 3.3 i fallet med tre stycken frekvenser.



Figur 3.3 Figuren beskriver hur hård avkodningen sker i mottagaren.  $\Phi_i(T_c-t)$  är frekvensselektiva filter vilka ger signalstyrkan,  $\xi_i$ , för respektive frekvens. I det första beslutet bestäms vilken frekvens som skickades i varje chipintervall. I det andra beslutet bestäms den mest troliga skickade symbolen.

### 3.1.1 Tre frekvenser

För att bestämma bitfelsannolikheten  $P_B$ , beräknar vi först felsannolikheten för varje chipintervall,  $P_{C_i}$  där  $i=1,2$  och 3, se [6].  $E$  är sänd energi per chipintervall, sänd energi per bit,  $E_b=3E$ .

$$\begin{aligned} P_{C_1} &= P_0 \cdot P_F + P_1 \cdot P_M = \\ &= P_0 \cdot P(\omega_2 \geq \alpha_1 \sqrt{E} + \omega_1) + P_1 \cdot P(\omega_1 \geq \alpha_2 \sqrt{E} + \omega_2) = \\ &= P_0 \cdot P((\omega_2 - \omega_1) \geq \alpha_1 \sqrt{E}) + P_1 \cdot P((\omega_1 - \omega_2) \geq \alpha_2 \sqrt{E}) = \\ &= \left[ P_0 = P_1 = \frac{1}{2} \right] = \frac{1}{2} Q \left[ \left( \sqrt{\frac{\alpha_1^2 E}{N_0}} \right) + Q \left( \sqrt{\frac{\alpha_2^2 E}{N_0}} \right) \right] \end{aligned}$$

I det sista ledet utnyttjar vi att brusets,  $\omega$ , är vitt och gaussiskt brus, se [7], och att de båda signalalternativen är lika sannolika.

$P_{C_2}$  och  $P_{C_3}$  beräknas på liknade sätt.

$$P_{C_2} = \frac{1}{2} Q \left[ \left( \sqrt{\frac{a_2^2 E}{N_0}} \right) + Q \left( \sqrt{\frac{a_3^2 E}{N_0}} \right) \right]$$

$$P_{C_3} = \frac{1}{2} Q \left[ \left( \sqrt{\frac{a_3^2 E}{N_0}} \right) + Q \left( \sqrt{\frac{a_1^2 E}{N_0}} \right) \right]$$

Den sökta bitfelsannolikheten,  $P_B$  är summan av de kombinationer där minst två chipfel uppstår.

$$\begin{aligned} P_B &= P_{C_1} \cdot P_{C_2} \cdot (1 - P_{C_3}) + P_{C_1} \cdot (1 - P_{C_2}) \cdot P_{C_3} + (1 - P_{C_1}) \cdot P_{C_2} \cdot P_{C_3} + P_{C_1} \cdot P_{C_2} \cdot P_{C_3} = \\ &= P_{C_1} \cdot P_{C_2} + P_{C_1} \cdot P_{C_3} + P_{C_2} \cdot P_{C_3} - 2 \cdot P_{C_1} \cdot P_{C_2} \cdot P_{C_3} \end{aligned}$$

### 3.1.2 Fem frekvenser

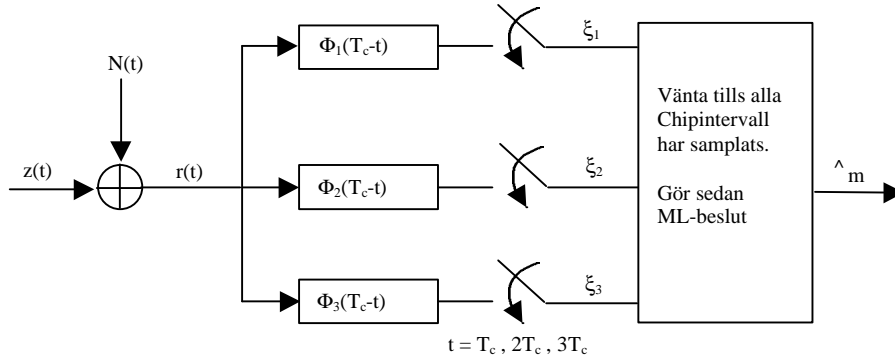
Vid bestämning av bitfelsannolikheten i fallet för fem frekvenser beräknas först chipintervallfelen på samma sätt som i 3.1.1. I detta fall är sänd energi per bit,  $E_b=5E$ .

Bitfelsannolikheten ( $P_B$ ), för hårt beslut med fem frekvenser, är summan av de kombinationer där minst tre chipfel uppstår. (Slh för  $(1-P_{C_i})$ ,  $i=1,2,\dots,5$  har försumrats.)

$$\begin{aligned} P_B &= P_{C_1} \cdot P_{C_2} \cdot (P_{C_3} + P_{C_4} + P_{C_5}) + P_{C_1} \cdot P_{C_3} \cdot (P_{C_4} + P_{C_5}) + \\ &+ P_{C_4} \cdot P_{C_5} \cdot (P_{C_1} + P_{C_2} + P_{C_3}) + P_{C_2} \cdot P_{C_3} \cdot (P_{C_4} + P_{C_5}) + \\ &+ P_{C_1} \cdot P_{C_2} \cdot P_{C_3} \cdot P_{C_4} + P_{C_1} \cdot P_{C_2} \cdot P_{C_3} \cdot P_{C_5} + P_{C_1} \cdot P_{C_2} \cdot P_{C_4} \cdot P_{C_5} + \\ &+ P_{C_1} \cdot P_{C_3} \cdot P_{C_4} \cdot P_{C_5} + P_{C_2} \cdot P_{C_3} \cdot P_{C_4} \cdot P_{C_5} + P_{C_1} \cdot P_{C_2} \cdot P_{C_3} \cdot P_{C_4} \cdot P_{C_5} \end{aligned}$$

## 3.2 Mjuka beslut

Vid detektering med mjuka beslut görs inga beslut efter varje chipintervall. Alla värden sparas och representerar en punkt i en 9 (för tre frekvenser) resp. 25 (för fem frekvenser) dimensionell rymd. Sedan mäts avståndet från denna punkt till de två beräknade brusfria punkterna för "1":a och "0":a. Den punkt till vilken avståndet är kortast antages vara sänd, detta är enligt definition, se [8], ett ML-beslut. Modellen av mottagaren visas i figur 3.4.



Figur 3.4 Figuren beskriver mjuk avkodning med tre stycken frekvenser. De 9 uppmätta värdena i  $\mathbf{x}_1$ ,  $\mathbf{x}_1$  och  $\mathbf{x}_1$  representerar en punkt i en 9-dimensionell rymd. Den punkten jämförs med de beräknade brusfria punkterna. I fallet med fem frekvenser utökas antalet grenar i figuren och beräkningarna görs då utifrån en 25 dimensionell rymd.

### 3.2.1 Tre frekvenser

För att beräkna  $P_B$  låter vi de brusfria signalalternativen "1" representeras av vektorn  $\underline{a}=(a_1, a_2, \dots, a_{25})$  och "0" av vektorn  $\underline{b}=(b_1, b_2, \dots, b_{25})$  där  $a_i$  och  $b_i$  definieras enligt nedan.  $E$  och  $E_b$  som i 3.1.1.

$$a_i = \begin{cases} \mathbf{a}_2 \sqrt{E} & , i = 2 \\ \mathbf{a}_3 \sqrt{E} & , i = 5 \\ \mathbf{a}_1 \sqrt{E} & , i = 7 \\ 0 & , \text{annars} \end{cases} \quad b_i = \begin{cases} \mathbf{a}_1 \sqrt{E} & , i = 1 \\ \mathbf{a}_2 \sqrt{E} & , i = 5 \\ \mathbf{a}_3 \sqrt{E} & , i = 9 \\ 0 & , \text{annars} \end{cases}$$

Det euklidiska avståndet beräknas, för fem frekvenser, mellan "1" och "0", se [4].

$$\begin{aligned} D_{01}^2 &= \sum_{n=1}^9 (a_n - b_n)^2 = (\alpha_1 \sqrt{E})^2 + (\alpha_2 \sqrt{E})^2 + (\alpha_3 \sqrt{E})^2 + (\alpha_1 \sqrt{E})^2 + (\alpha_2 \sqrt{E})^2 + (\alpha_3 \sqrt{E})^2 = \\ &= 2(\alpha_1 \sqrt{E})^2 + 2(\alpha_2 \sqrt{E})^2 + 2(\alpha_3 \sqrt{E})^2 = 2E(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2) \end{aligned}$$

Bitfels sannolikheten beräknas med formeln nedan, se [8].

$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{D_{01}^2}{2N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2)E}{N_0}}\right)$$

### 3.2.2 Fem frekvenser

För att beräkna  $P_B$  låter vi de brusfria signalalternativen "1" representeras av vektorn  $\underline{a}=(a_1, a_2, \dots, a_{25})$  och "0" av vektorn  $\underline{b}=(b_1, b_2, \dots, b_{25})$  där  $a_i$  och  $b_i$  definieras enligt nedan.  $E$  och  $E_b$  som i 3.1.2.

$$a_i = \begin{cases} \alpha_1 \sqrt{E} & , i = 21 \\ \alpha_2 \sqrt{E} & , i = 2 \\ \alpha_3 \sqrt{E} & , i = 8 \\ \alpha_4 \sqrt{E} & , i = 14 \\ \alpha_5 \sqrt{E} & , i = 20 \\ 0 & , \text{annars} \end{cases} \quad b_i = \begin{cases} \alpha_1 \sqrt{E} & , i = 1 \\ \alpha_2 \sqrt{E} & , i = 7 \\ \alpha_3 \sqrt{E} & , i = 13 \\ \alpha_4 \sqrt{E} & , i = 19 \\ \alpha_5 \sqrt{E} & , i = 25 \\ 0 & , \text{annars} \end{cases}$$

Det euklidiska avståndet beräknas, för fem frekvenser, mellan "1" och "0", se [4].

$$\begin{aligned} D_{01}^2 &= \sum_{n=1}^{25} (a_n - b_n)^2 = (\alpha_1 \sqrt{E})^2 + (\alpha_2 \sqrt{E})^2 + (\alpha_3 \sqrt{E})^2 + (\alpha_4 \sqrt{E})^2 + (\alpha_5 \sqrt{E})^2 + \\ &+ (\alpha_1 \sqrt{E})^2 + (\alpha_2 \sqrt{E})^2 + (\alpha_3 \sqrt{E})^2 + (\alpha_4 \sqrt{E})^2 + (\alpha_5 \sqrt{E})^2 \\ &= 2(\alpha_1 \sqrt{E})^2 + 2(\alpha_2 \sqrt{E})^2 + 2(\alpha_3 \sqrt{E})^2 + 2(\alpha_4 \sqrt{E})^2 + 2(\alpha_5 \sqrt{E})^2 \\ &= 2E(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + \alpha_4^2 + \alpha_5^2) \end{aligned}$$

Bitfelsannolikheten, se [8], beräknas med

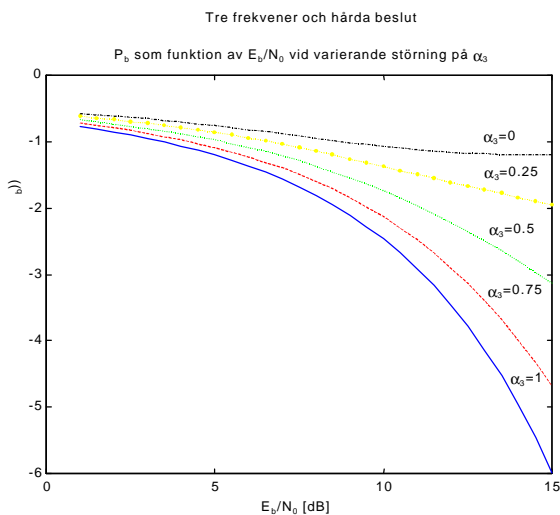
$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{D_{01}^2}{2N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + \alpha_4^2 + \alpha_5^2)E}{N_0}}\right)$$

## 4 Resultat

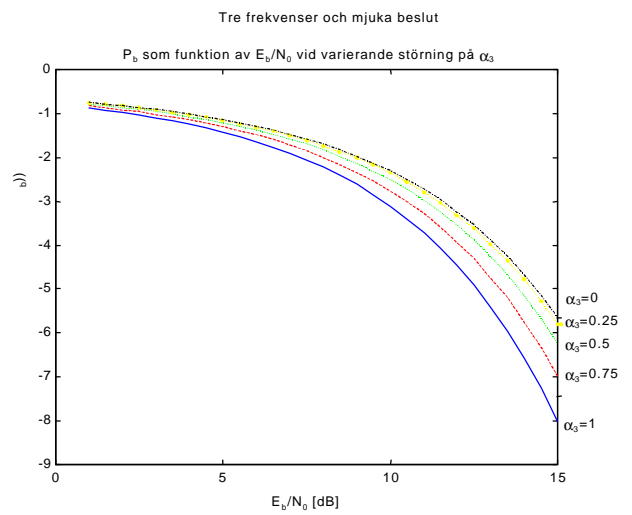
I detta resultatkapitel visar vi de diagram som beräkningarna i kapitel 3 resulterade i. I diagrammen jämförs bitfelsannolikheten för olika värden på  $\alpha$ . I alla diagrammen är bitfelsannolikheten plottad som funktion av signalbrusförhållandet,  $E_b/N_0$ , där  $E_b$  är sänd energi per bit.

### 4.1 Fall 1

I detta fall varierar vi dämpningen på endast en frekvens.

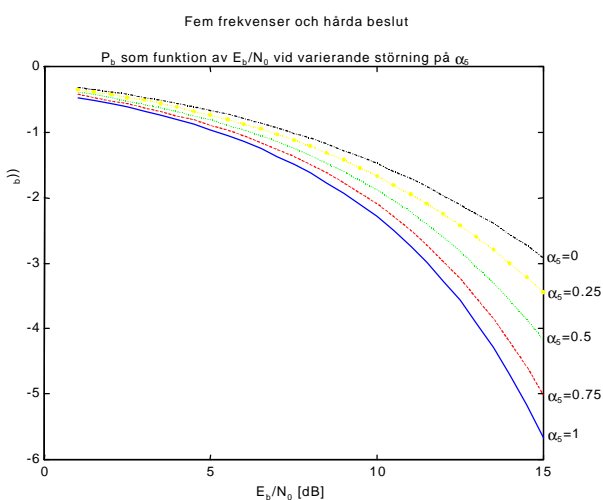


Figur 4.1

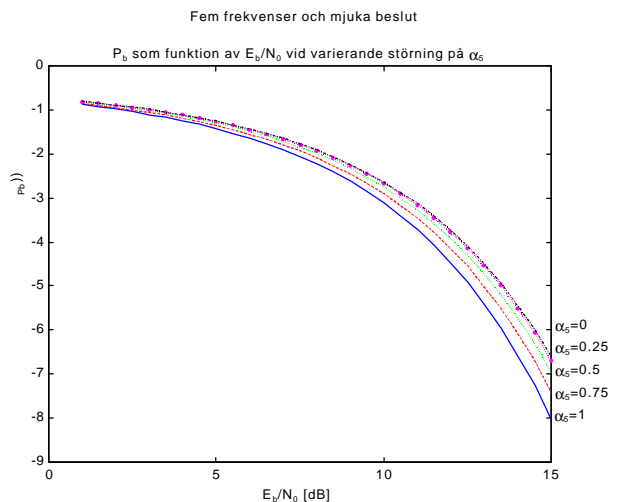


Figur 4.2

I figur 1 och figur 2 kan man se att mjuka beslut gör stor skillnad i jämförelse med hårda, speciellt vid stark dämpning av en frekvens. Skillnaden är mycket stor då en frekvens släcks ut helt, dvs.  $\alpha_3=0$ .



Figur 4.3

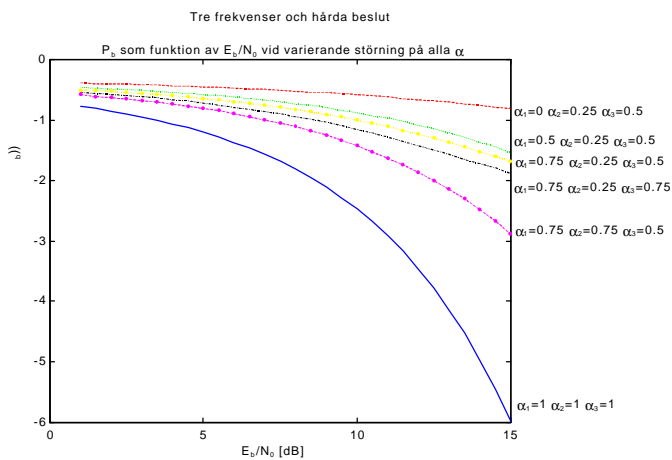


Figur 4.4

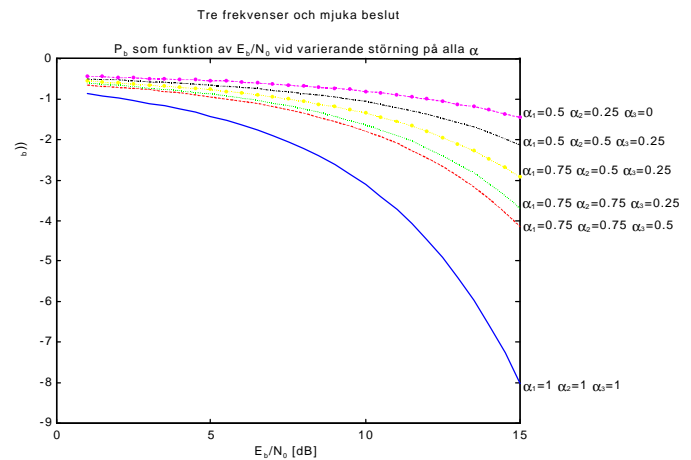
Jämför man sedan mjuk och hård avkodning med fem frekvenser, se figur 4.3 och 4.4, är skillnaden inte lika markant som vid tre frekvenser. Detta beror på att hård avkodning med fem frekvenser är betydligt bättre än tre frekvenser medan det inte är någon större skillnad vid mjuk avkodning på tre och fem frekvenser.

## 4.2 Fall 2

I detta fall varierar vi dämpningen på alla frekvenser. Och jämför resultaten vid hård resp. mjuk avkodning med tre frekvenser.



Figur 4.5

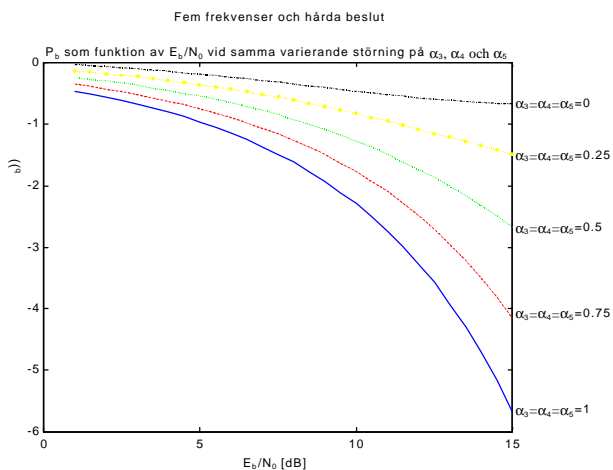


Figur 4.6

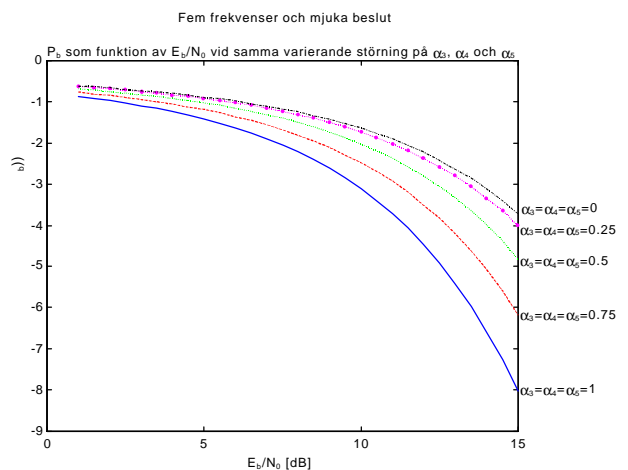
Figur 4.5 och figur 4.6 visar att det skiljer ca tre tiopotenser på hård och mjuk avkodning med tre frekvenser vid  $E_b/N_0=15$  dB. Vidare kan man se att bitfelsannolikheten vid mjuka beslut jämförelse med hårda beslut påverkas mer när kanalen svagt dämpar flera frekvenser.

## 4.3 Fall 3

I detta fall jämför vi hård resp. mjuk avkodning med fem frekvenser och varierande dämpning på tre av dessa.



Figur 4.7



Figur 4.8

Figur 4.7 visar att fem frekvensers signalering med störning på tre av dem, fungerar ungefär lika bra som signalering med tre frekvenser med störning på en av dessa. Att det ser ut som om felsannolikheten blir större än  $\frac{1}{2}$  vid lågt signalbrusförhållande beror på att vi försummat en del i beräkningen av  $P_b$ , se 3.1.2. I figur 4.8 kan man se att man får en bra bitfelsannolikhet även vid stora störningar från kanalen.

## 5 Slutsatser

Av resultatkapitlet framgår att mjuka beslut (Maximum-Likelihood) bör användas då detta ger en betydligt bättre bitfelsannolikhet i alla fallen. Vinsten med att använda fem frekvenser är däremot inte så stor som man önskar. Om målet är att både få upp hastigheten och få ner bitfelsannolikheten måste man vara medveten om att signalering med fem frekvenser medför en hastighets sänkning på 40% jämfört med tre frekvenser. Den vinst i bitfelsannolikhet man får kommer troligtvis inte att uppväga detta.

Resultaten visar också att också med hårda beslut blir vinsten marginell om man använder fem frekvenser istället för tre.

Vid odämpad signal kan man åstadkomma en bitfelsannolikhet som är ca  $10^{-8}$  vid  $E_b/N_0=15$  dB som bäst, mjuka beslut måste då användas. Med hårda beslut blir den maximala bitfelsannolikheten ca  $10^{-6}$  vid samma signalbrusförhållande.

I ett realistiskt fall där alla frekvenser dämpas kan man se att en bitfelsannolikhet på ca  $10^{-4}$  kan åstadkommas med  $E_b/N_0=15$ , tre frekvenser och ML-beslut. Med fem frekvenser blir det en förbättring om än liten. Hård avkodning ger en bitfelsannolikhet som är ca 10 ggr större med samma förutsättningar.

De resultat vi har producerat gäller endast vid coherent detektering och bitfelsannolikheten skulle med all säkerhet bli sämre om icke-coherent detektering används. Eftersom kanalen är mycket tidsberoende och påverkas mycket av yttre omständigheter är det svårt att erhålla coherent detektering.

## Referenslista

- [1] H. C. Ferreira, O. Hooijen, "Power Line Communications: An Overview", The Transactions of the South African institute of electrical engineers, vol. 86, No3, Sept. 1995, pp. 145-161.
- [2] Joey Nord, Nortel, pres.rel. 404-661-5059, mars 18, 1998,  
[http://www.nortelnetworks.com/corporate/news/newsreleases/1998a/3\\_18\\_9898121\\_norweb.html](http://www.nortelnetworks.com/corporate/news/newsreleases/1998a/3_18_9898121_norweb.html).
- [3] P. Jansson, "Alla gitar får timavläsare", ERA, nr 10, 1997.  
<http://www.svel.se/era/artiklar97/Matning2.html>
- [4] G. Lindell, "Introduction to Digital Communications", Inst. för Informationsteknologi, Lunds Tekniska Högskola, July 1997, kap 4.4.2.
- [5] G. Lindell, "Introduction to Digital Communications", Inst. för Informationsteknologi, Lunds Tekniska Högskola, July 1997, kap 4.4.1.
- [6] G. Lindell, "Introduction to Digital Communications", Inst. för Informationsteknologi, Lunds Tekniska Högskola, July 1997, kap 4.2.
- [7] G. Lindell, "Introduction to Digital Communications", Inst. för Informationsteknologi, Lunds Tekniska Högskola, July 1997, kap 3.5.3.
- [8] G. Lindell, "Introduction to Digital Communications", Inst. för Informationsteknologi, Lunds Tekniska Högskola, July 1997, kap 4.3.

# Appendix

I appendix visas den matlab kod som används för att beräkna bitfels sannolikheterna som resulterar i diagrammen i kap 4.

## Tre frekvenser med hårt beslut (3.1.1)

(Denna slinga upprepas för olika a, för att få de olika kurvorna)

```
en=1:0.5:15;
a1=1;a2=1;a3=1;
pc1=0.5*(0.5*erfc(sqrt(a1.^2*(10.^(en./10))./3)./sqrt(2))+0.5*erfc(sqrt(a2.^2*(10.^(en./10))./3)./sqrt(2)));
pc2=0.5*(0.5*erfc(sqrt(a2.^2*(10.^(en./10))./3)./sqrt(2))+0.5*erfc(sqrt(a3.^2*(10.^(en./10))./3)./sqrt(2)));
pc3=0.5*(0.5*erfc(sqrt(a3.^2*(10.^(en./10))./3)./sqrt(2))+0.5*erfc(sqrt(a1.^2*(10.^(en./10))./3)./sqrt(2)));
pb=pc1.*pc2+pc1.*pc3+pc2.*pc3-2.*pc1.*pc2.*pc3;
plot(en,log10(pb));
```

## Fem frekvenser med hårt beslut (3.1.2)

(Denna slinga upprepas för olika a, för att få de olika kurvorna)

```
en=1:0.5:15;
a1=1;a2=1;a3=1;a4=1;a5=1;
pc1=0.5*(0.5*erfc(sqrt(a1.^2*(10.^(en./10))./5)./sqrt(2))+0.5*erfc(sqrt(a2.^2*(10.^(en./10))./5)./sqrt(2)));
pc2=0.5*(0.5*erfc(sqrt(a2.^2*(10.^(en./10))./5)./sqrt(2))+0.5*erfc(sqrt(a3.^2*(10.^(en./10))./5)./sqrt(2)));
pc3=0.5*(0.5*erfc(sqrt(a3.^2*(10.^(en./10))./5)./sqrt(2))+0.5*erfc(sqrt(a4.^2*(10.^(en./10))./5)./sqrt(2)));
pc4=0.5*(0.5*erfc(sqrt(a4.^2*(10.^(en./10))./5)./sqrt(2))+0.5*erfc(sqrt(a5.^2*(10.^(en./10))./5)./sqrt(2)));
pc5=0.5*(0.5*erfc(sqrt(a5.^2*(10.^(en./10))./5)./sqrt(2))+0.5*erfc(sqrt(a1.^2*(10.^(en./10))./5)./sqrt(2)));
pb=pc1.*pc2.*(pc3+pc4+pc5)+pc1.*pc3.*(pc4+pc5)+pc4.*pc5.*(pc1+pc2+pc3)+pc2.*pc3.*(pc4+pc5)+pc1.*pc2.*pc3.*pc4+pc1.*pc2.*pc3.*pc5+pc1.*pc2.*pc4.*pc5+pc1.*pc3.*pc4.*pc5+pc2.*pc3.*pc4.*pc5+pc2.*pc3.*pc5+pc1.*pc2.*pc3.*pc4.*pc5+pc1.*pc2.*pc3.*pc5+pc1.*pc2.*pc4.*pc5;
plot(en,log10(pb));
```

## Tre frekvenser med mjukt beslut (3.2.1)

(Denna slinga upprepas för olika a, för att få de olika kurvorna)

```
en=1:0.5:15;
a1=1;a2=1;a3=1;
pb=0.5*erfc(sqrt(((a1^2+a2^2+a3^2).*(10.^(en./10))./3))./2));
plot(en,log10(pb));
```

## Fem frekvenser med mjukt beslut (3.2.2)

(Denna slinga upprepas för olika a, för att få de olika kurvorna)

```
en=1:0.5:15;
a1=1;a2=1;a3=1;a4=1;a5=1;
pb=0.5*erfc(sqrt(((a1^2+a2^2+a3^2+a4^2+a5^2).*(10.^(en./10))./5))./2));
plot(en,log10(pb));
```